Modélisation statistique de précipitations urbaines à fine échelle spatio-temporelle

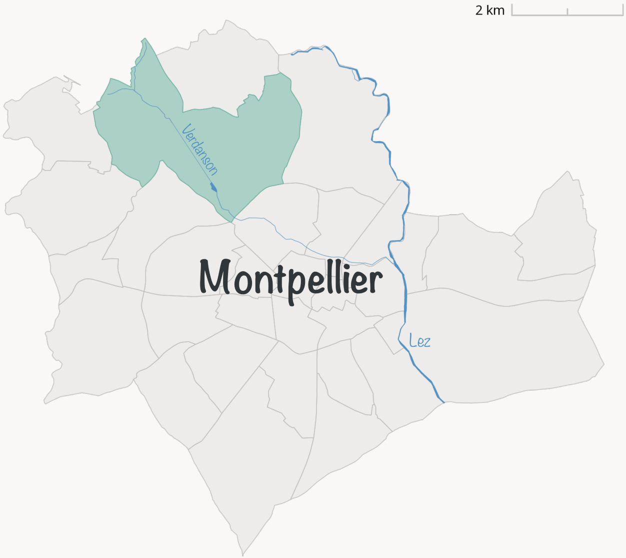
ERFJLERJLZRGJ

JDS Bruxelles 2023

Chloé SERRE-COMBE [1] Nicolas MEYER [1] Thomas OPITZ [2] Gwladys TOULEMONDE [1]

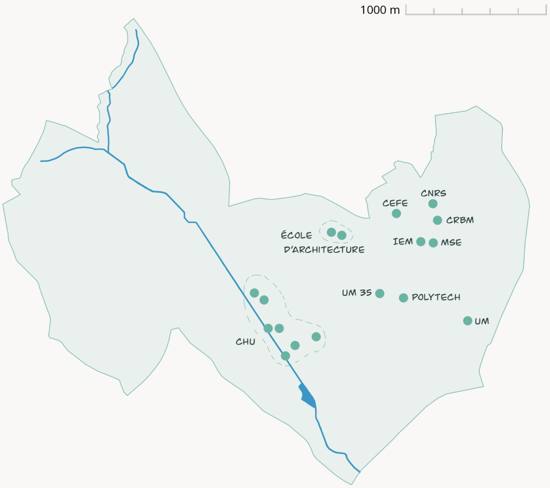
[1] *Univ. Montpellier, CNRS, IMAG, Inria, France*
[2] *INRAE, BioSP, Avignon, France*

Zone d'étude



- **Situation géographique :**
  Bassin versant du Verdanson, affluent du Lez, situé en zone urbaine
- **Contexte :**
  Épisodes méditerranéens, risque d'inondations

Stations de mesures



$\mathcal{S}$ = {17 pluviomètres}

- **Source :** Observatoire urbain de l'HydroScience Montpellier [1]
- **Période :** 2019 à 2022
- **Fine échelle temporelle :** À la minute avec agrégation à 5 minutes
- **Fine échelle spatiale :** Inter-distance entre 77 et 1531 mètres

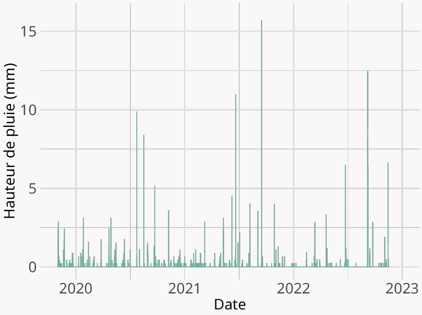
[1] Finaud-Guyot et al. 2023

Generalized Pareto Distribution

$$\overline{H}_\xi\left(\frac{y}{\sigma}\right) = \begin{cases} \left(1+\xi\frac{y}{\sigma}\right)_+^{-1/\xi} & \text{si } \xi \neq 0\,, \\ e^{-\frac{y}{\sigma}} & \text{si } \xi = 0\,, \end{cases}$$

où $a_+ = \max(a, 0)$, $\xi \in \mathbb{R}$, $\sigma > 0$ et $y > 0$

- Modélise les pluies extrêmes
- Dépend d'un choix de seuil



Generalized Pareto Distribution → **Extended GPD**[1]

$$\overline{H}_\xi\left(\frac{y}{\sigma}\right) = \begin{cases} \left(1+\xi\frac{y}{\sigma}\right)_+^{-1/\xi} & \text{si } \xi \neq 0\,, \\ e^{-\frac{y}{\sigma}} & \text{si } \xi = 0\,, \end{cases}$$

où $a_+ = \max(a, 0)$, $\xi \in \mathbb{R}$, $\sigma > 0$ et $y > 0$

- Modélise les pluies extrêmes
- Dépend d'un choix de seuil

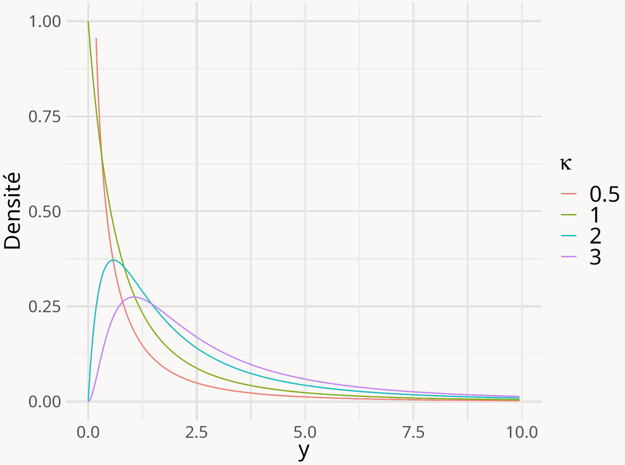
$$F_Y(y) = G\left(H_\xi\left(\frac{y}{\sigma}\right)\right),$$

avec $G(x) = x^\kappa$, $\kappa > 0$

- Modélise les pluies hautes et modérées
- Évite le choix d'un seuil

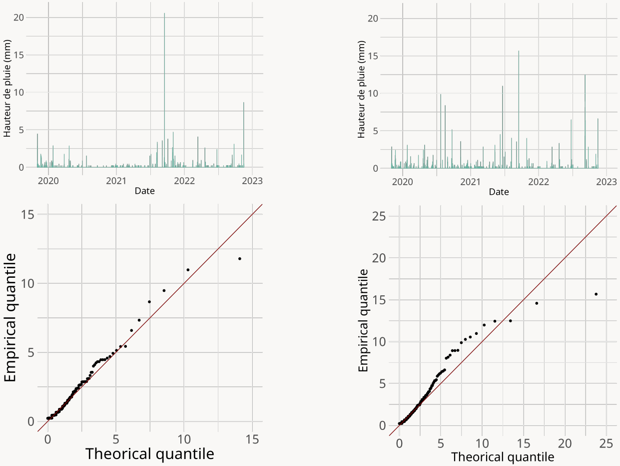
[1] NAVEAU et al. 2016

Generalized Pareto Distribution ⟶ **Extended GPD**



$\sigma = 1,\ \xi = 0.5$

Ajustement d'une EGPD

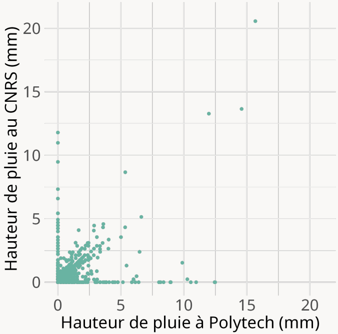


Ajustement sur les sites du CNRS et de Polytech
($\widehat{\kappa} = 0.56$, $\widehat{\sigma} = 0.26$ et $\widehat{\xi} = 0.51$)

Mesure de dépendance extrémale

Soient $U \sim \mathcal{U}(0,1)$ et $V \sim \mathcal{U}(0,1)$
On définit

$$\chi = \lim_{u \to 1} \chi(u)\,, \text{ avec } \chi(u) = \mathbb{P}(U > u \mid V > u)$$



Variogramme

Soit $X = \{X(s), s \in \mathcal{S}\}$ un processus. Pour tout $v \in \mathcal{S}$, le variogramme γ est défini

$$2\gamma(v) = \mathbb{V}\left(X(s+v) - X(s)\right)$$

Cadre : $X = \{X(s,t)\ ,\ (s,t) \in \mathcal{S} \times [0,\infty)\}$ un processus max-stable de Brown-Resnick, strictement stationnaire et isotrope (Buhl et al. 2019).

Extrémogramme spatio-temporel d'un processus de Brown-Resnick

Soient $v \geq 0$ un lag spatial et $h \geq 0$ un lag temporel. On a

$$\chi(v,h) = 2\left(1 - \phi\left(\sqrt{\frac{1}{2}\delta(v,h)}\right)\right)$$

avec ϕ la f.d.r. d'une loi normale centrée-réduite et δ le variogramme associé.

Modélisation de la dépendance spatio-temporelle

Hypothèse de séparabilité additive : $\boldsymbol{\frac{\delta(v,h)}{2} = \theta_1 v^{\alpha_1} + \theta_2 h^{\alpha_2}}, \; 0 < \alpha_1, \alpha_2 \leq 2\,, \; \theta_1, \theta_2 > 0$

Spatio-temporel

$$\chi(v,h) = 2\left(1 - \phi\left(\sqrt{\tfrac{1}{2}\delta(v,h)}\right)\right)$$

Transformation :

$$\boldsymbol{\eta(x) = 2\log\left(\phi^{-1}\left(1 - \tfrac{1}{2}x\right)\right)}$$

Spatial

$$\eta\left(\chi(v,0)\right) = \log\theta_1 + \alpha_1 \log v\,, \;\; v > 0$$

Temporel

$$\eta\left(\chi(0,h)\right) = \log\theta_2 + \alpha_2 \log h\,, \;\; h > 0$$

Modélisation de la dépendance spatio-temporelle

Hypothèse de séparabilité additive : $\frac{\delta(v,h)}{2} = \theta_1 v^{\alpha_1} + \theta_2 h^{\alpha_2}, \; 0 < \alpha_1, \alpha_2 \leq 2\,, \; \theta_1, \theta_2 > 0$

Spatio-temporel

$$\chi(v,h) = 2\left(1 - \phi\left(\sqrt{\tfrac{1}{2}\delta(v,h)}\right)\right)$$

Transformation :

$$\eta(x) = 2\log\left(\phi^{-1}\left(1 - \tfrac{1}{2}x\right)\right)$$

Spatial

$$\eta\left(\chi(v,0)\right) := C_1 + \alpha_1 x_v\,, \; v > 0$$

Temporel

$$\eta\left(\chi(0,h)\right) := C_2 + \alpha_2 x_h\,, \; h > 0$$

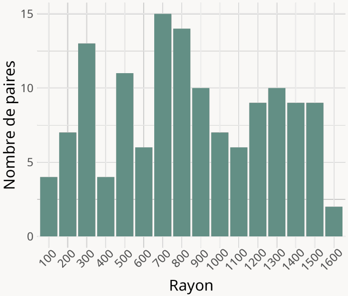
Modèle linéaire pondéré (Buhl et al. 2019)

Considération de rayons autour de chaque site

Pour tout lag spatial $v = k \times \Delta v$, $k \in 1, 2, \ldots,$ on définit

$$\boldsymbol{N(v) = \{(s_i, s_j) \mid \|s_i - s_j\| \in \,]v - \Delta v, v]\}}$$

Nous prenons $\Delta v = 100$ mètres.



Extrémogramme spatial

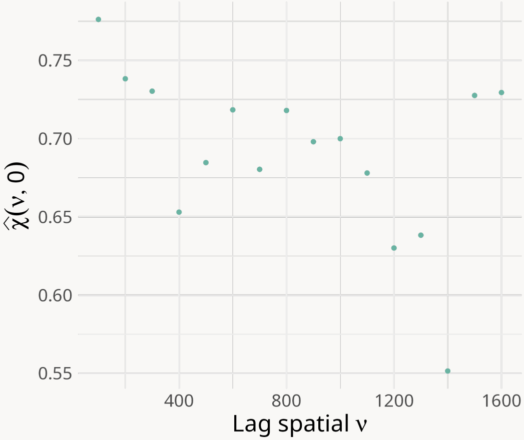
Soit v fixé.
Pour tout temps t et pour tout $(s_i, s_j) \in N(v)$,

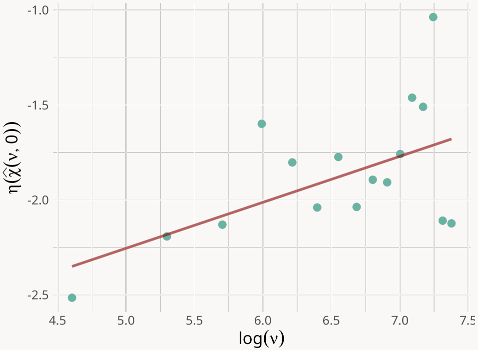
$$\chi_{ij,q}^{(t)}(v, 0) = \frac{\mathbb{P}\left(X(s_i, t) > q, X(s_j, t) > q\right)}{\mathbb{P}\left(X(s_i, t) > q\right)}$$

Estimateur :

$$\widehat{\chi}_q^{(t)}(v, 0) = \frac{\frac{1}{|N(v)|} \sum_{i,j \mid (s_i, s_j) \in N(v)} \mathbb{1}_{\{X(s_i,t)>q\ ,X(s_j,t)>q\}}}{\frac{1}{|\mathcal{S}|} \sum_{i=1}^{|\mathcal{S}|} \mathbb{1}_{\{X(s_i,t)>q\}}}$$

avec q un quantile assez grand.





Estimation des paramètres

$$\begin{pmatrix} \widehat{C}_1 \\ \widehat{\alpha}_1 \end{pmatrix} = \underset{C_1, \alpha_1}{\operatorname{argmax}} \sum_{\nu} w_\nu \left(\eta\left(\widehat{\chi}(\nu, 0)\right) - (C_1 + \alpha_1 x_\nu)\right)^2$$

Résultats

	Estimation	Écart-type
$\widehat{C}_1$	-3.465^{***}	0.605
$\widehat{\alpha}_1$	0.242^{*}	0.093

*p-value<0.05; ***p-value<0.001

Avec $\Delta h = 5$ minutes.

Extrémogramme temporelle

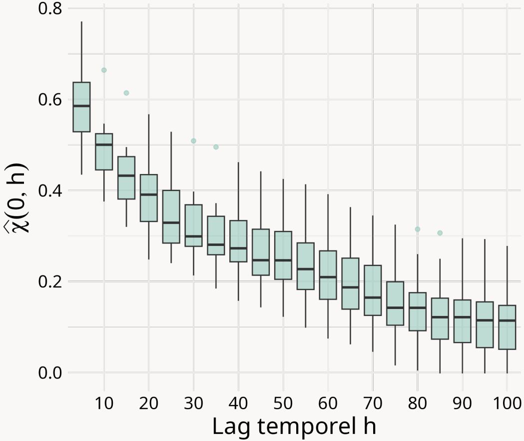
Soit h fixé.
Pour un site s et pour tout temps t

$$\chi_{t,q}^{(s)}(0,h) = \frac{\mathbb{P}\left(X(s,t) > q, X(s,t+h) > q\right)}{\mathbb{P}\left(X(s,t) > q\right)}$$

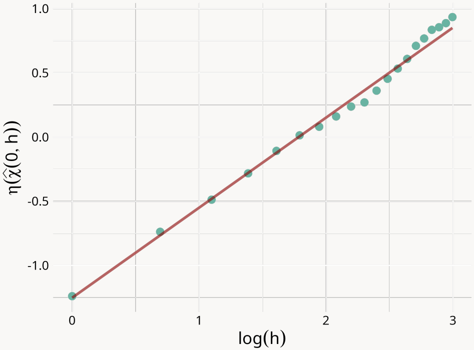
Estimateur :

$$\widehat{\chi}_q^{(s)}(0,h) = \frac{\frac{1}{T-h}\sum_{k=1}^{T-h} \mathbb{1}_{\{X(s,t_k)>q\ ,X(s,t_k+h)>q\}}}{\frac{1}{T}\sum_{k=1}^{T} \mathbb{1}_{\{X(s,t_k)>q\}}}$$

avec q un quantile assez grand et $t_k \in \{t_1, \ldots, t_T\}$.



Modèle linéaire pondéré temporel



Estimation des paramètres

$$\begin{pmatrix} \widehat{C}_2 \\ \widehat{\alpha}_2 \end{pmatrix} = \underset{C_2, \alpha_2}{\operatorname{argmax}} \sum_h w_h \left(\eta\left(\widehat{\chi}(0,h)\right) - (C_2 + \alpha_2 x_h)\right)^2$$

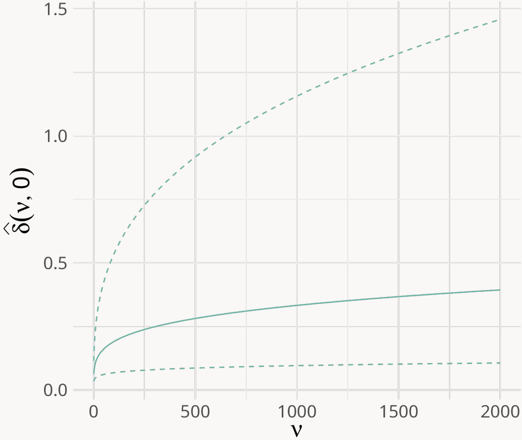
Résultats

	Estimation	Écart-type
$\widehat{C}_2$	-1.252^{***}	0.023
$\widehat{\alpha}_2$	0.702^{***}	0.012

***p-value$<$0.001

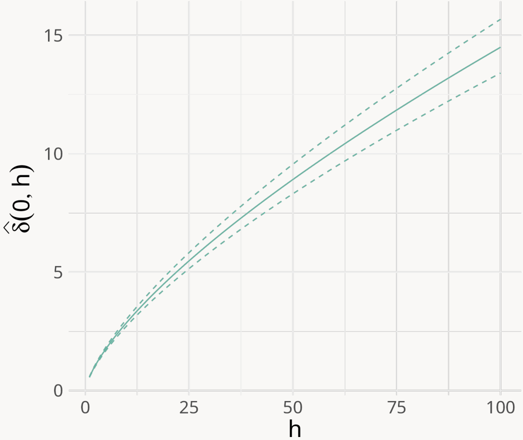
Spatial

$$\widehat{\delta}(v, 0) = 2\widehat{\theta}_1 v^{\widehat{\alpha}_1}$$



Temporel

$$\widehat{\delta}(0, h) = 2\widehat{\theta}_2 h^{\widehat{\alpha}_2}$$



Perspectives

- Structure des décalages spatiaux
- Cas de non séparabilité avec variogrammes plus complexes
- Structure anisotrope et advection
- Modélisation multi-échelle

Références

Buhl, Sven et al. (2019). “Semiparametric estimation for isotropic max-stable space-time processes”. In : doi : 10.3150/18-BEJ1061.

Finaud-Guyot, Pascal et al. (2023). *Rainfall data collected by the HSM urban observatory (OMSEV)*. doi : 10.23708/67LC36.

Naveau, Philippe et al. (2016). “Modeling jointly low, moderate, and heavy rainfall intensities without a threshold selection”. In : *Water Resources Research*. doi : 10.1002/2015WR018552.