

# MODÉLISATION STATISTIQUE DE PRÉCIPITATIONS URBAINES À FINE ÉCHELLE SPATIO-TEMPORELLE

28 Septembre 2023

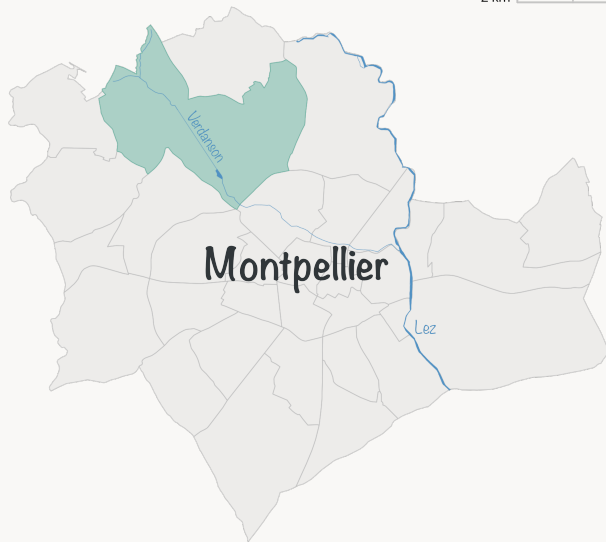
**Chloé SERRE-COMBE**<sup>1</sup> Nicolas MEYER<sup>1</sup> Thomas OPITZ<sup>2</sup> Gwladys TOULEMONDE<sup>1</sup>

<sup>1</sup>IMAG, Université de Montpellier, LEMON Inria

<sup>2</sup>INRAE, BioSP, Avignon

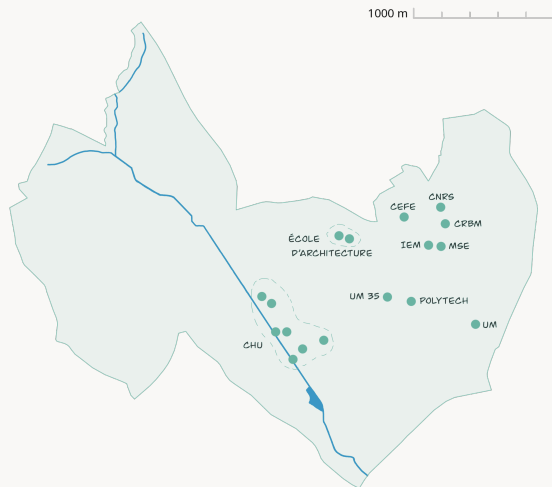


2 km



- ▶ **Situation géographique :**  
Bassin versant du Verdanson, affluent du Lez, situé en zone urbaine
- ▶ **Contexte :**  
Épisodes méditerranéens, risque d'inondations

# STATIONS DE MESURES



- ▶ **Source :** Observatoire urbain de l'HydroScience Montpellier<sup>1</sup>
- ▶ **Période :** 2019 à 2022
- ▶ **Fine échelle temporelle :**  
À la minute avec agrégation à 5 minutes
- ▶ **Fine échelle spatiale :**  
Inter-distance entre 77 et 1531 mètres

<sup>1</sup>FINAUD-GUYOT et al. 2023

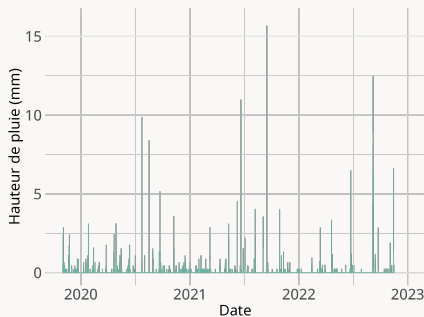
$$S = \{17 \text{ pluviomètres}\}$$

## Generalized Pareto Distribution

$$\bar{H}_\xi \left( \frac{y}{\sigma} \right) = \begin{cases} (1 + \xi \frac{y}{\sigma})_+^{-1/\xi} & \text{si } \xi \neq 0, \\ e^{-\frac{y}{\sigma}} & \text{si } \xi = 0, \end{cases}$$

où  $a_+ = \max(a, 0)$ ,  $\xi \in \mathbb{R}$ ,  $\sigma > 0$  et  $y > 0$

- ▶ Modélise les pluies extrêmes
- ▶ Dépend d'un choix de seuil



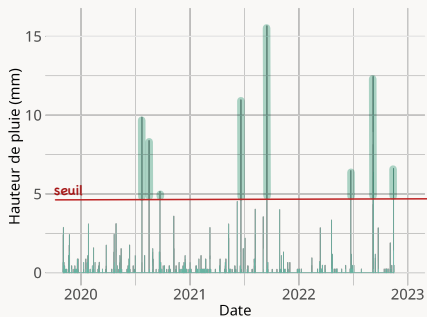


## Generalized Pareto Distribution

$$\bar{H}_\xi \left( \frac{y}{\sigma} \right) = \begin{cases} (1 + \xi \frac{y}{\sigma})_+^{-1/\xi} & \text{si } \xi \neq 0, \\ e^{-\frac{y}{\sigma}} & \text{si } \xi = 0, \end{cases}$$

où  $a_+ = \max(a, 0)$ ,  $\xi \in \mathbb{R}$ ,  $\sigma > 0$  et  $y > 0$

- ▶ Modélise les pluies extrêmes
- ▶ Dépend d'un choix de seuil



## Generalized Pareto Distribution

$$\bar{H}_\xi \left( \frac{y}{\sigma} \right) = \begin{cases} \left( 1 + \xi \frac{y}{\sigma} \right)_+^{-1/\xi} & \text{si } \xi \neq 0, \\ e^{-\frac{y}{\sigma}} & \text{si } \xi = 0, \end{cases}$$

où  $a_+ = \max(a, 0)$ ,  $\xi \in \mathbb{R}$ ,  $\sigma > 0$  et  $y > 0$

- ▶ Modélise les pluies extrêmes
- ▶ Dépend d'un choix de seuil



## Extended GPD<sup>1</sup>

$$F_Y(y) = G \left( H_\xi \left( \frac{y}{\sigma} \right) \right),$$

avec  $G(x) = x^\kappa$ ,  $\kappa > 0$

- ▶ Modélise les pluies hautes et modérées
- ▶ Évite le choix d'un seuil

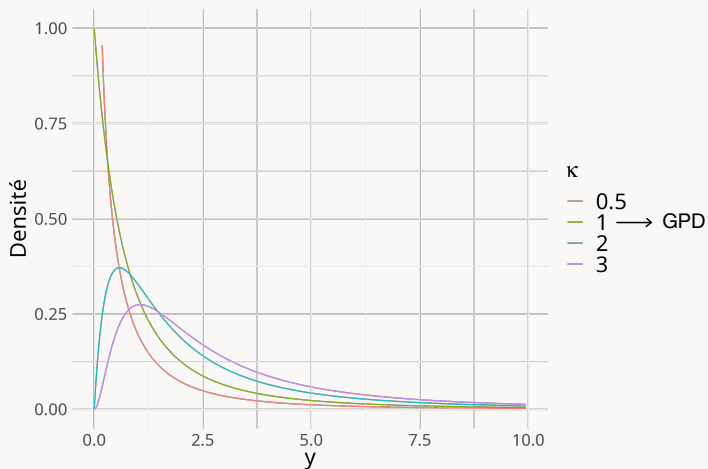
---

<sup>1</sup>NAVEAU et al. 2016

Generalized Pareto Distribution

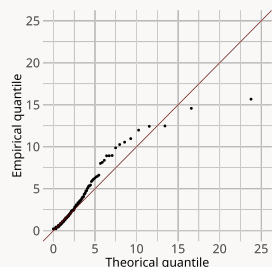
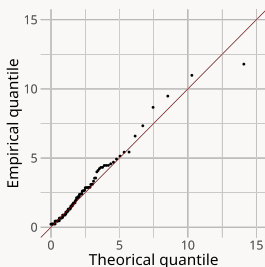
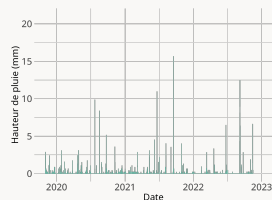
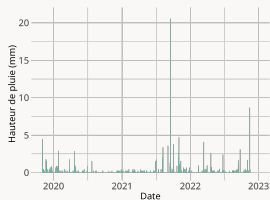


Extended GPD



$$\sigma = 1, \xi = 0.5$$

# AJUSTEMENT D'UNE EGPD

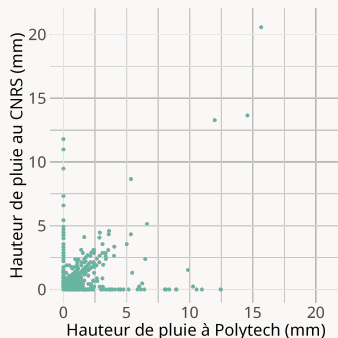


Ajustement sur les sites du CNRS et de Polytech  
( $\hat{\kappa} = 0.56$ ,  $\hat{\sigma} = 0.26$  et  $\hat{\xi} = 0.51$ )

## Mesure de dépendance extrême

Soient  $U \sim \mathcal{U}(0,1)$  et  $V \sim \mathcal{U}(0,1)$ . On définit

$$\chi = \lim_{u \rightarrow 1} \chi(u), \text{ avec } \chi(u) = \mathbb{P}(U > u \mid V > u)$$



## Variogramme

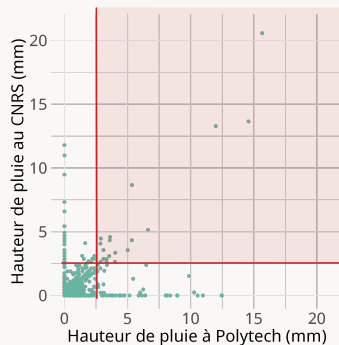
Soit  $X = \{X_s, s \in \mathcal{S}\}$  un processus. Pour tout lag spatial  $h$ , le variogramme  $\gamma$  est défini

$$2\gamma(h) = \mathbb{V}(X_{s+h} - X_s)$$

## Mesure de dépendance extrême

Soient  $U \sim \mathcal{U}(0,1)$  et  $V \sim \mathcal{U}(0,1)$ . On définit

$$\chi = \lim_{u \rightarrow 1} \chi(u), \text{ avec } \chi(u) = \mathbb{P}(U > u \mid V > u)$$



## Variogramme

Soit  $X = \{X_s, s \in \mathcal{S}\}$  un processus. Pour tout lag spatial  $h$ , le variogramme  $\gamma$  est défini

$$2\gamma(h) = \mathbb{V}(X_{s+h} - X_s)$$

**Cadre:**  $X = \{X_{s,t}, (s, t) \in \mathcal{S} \times [0, \infty)\}$  un processus max-stable de Brown-Resnick, strictement stationnaire et isotrope (BUHL et al. 2019).

## Extrémogramme spatio-temporel d'un processus de Brown-Resnick

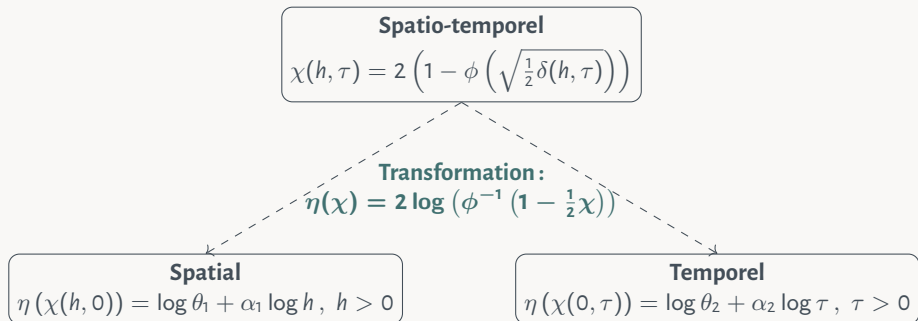
Soient  $h \geq 0$  un lag spatial et  $\tau \geq 0$  un lag temporel. On a

$$\chi(h, \tau) = 2 \left( 1 - \phi \left( \sqrt{\frac{1}{2} \delta(h, \tau)} \right) \right)$$

avec  $\phi$  la f.d.r. d'une loi normale centrée-réduite et  $\delta$  le variogramme associé.

# MODÉLISATION DE LA DÉPENDANCE SPATIO-TEMPORELLE

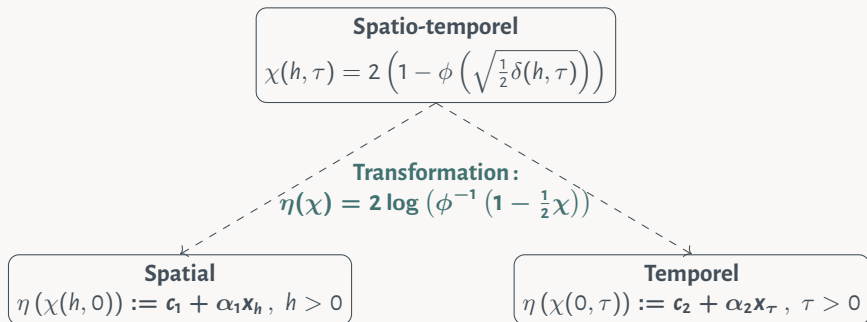
Hypothèse de séparabilité additive:  $\frac{\delta(h,\tau)}{2} = \theta_1 h^{\alpha_1} + \theta_2 \tau^{\alpha_2}$ ,  $0 < \alpha_1, \alpha_2 \leq 2$ ,  $\theta_1, \theta_2 > 0$





# MODÉLISATION DE LA DÉPENDANCE SPATIO-TEMPORELLE

Hypothèse de séparabilité additive:  $\frac{\delta(h,\tau)}{2} = \theta_1 h^{\alpha_1} + \theta_2 \tau^{\alpha_2}$ ,  $0 < \alpha_1, \alpha_2 \leq 2$ ,  $\theta_1, \theta_2 > 0$



Modèle linéaire pondéré (BUHL et al. 2019)

# ESTIMATION DE LA DÉPENDANCE SPATIALE

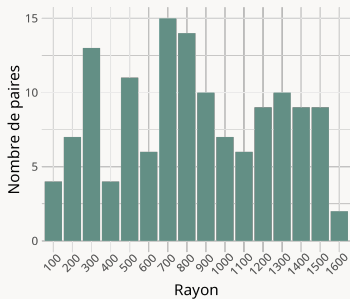
## Considération de rayons autour de chaque site

Chaque lag  $h$  représente un rayon.

L'ensemble des paires de même lag spatial  $h$  est

$$N(h) = \{(s_i, s_j) \mid \|s_i - s_j\| \in ]h - \Delta h, h]\}$$

Nous prenons  $\Delta h = 100$  mètres.



## Extrémogramme spatial

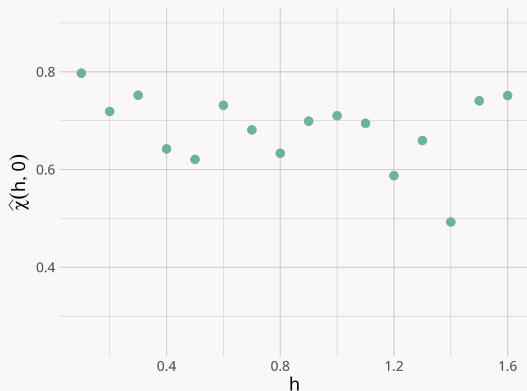
Pour tout temps  $t$  et pour tout  $(s_i, s_j) \in N(h)$ ,

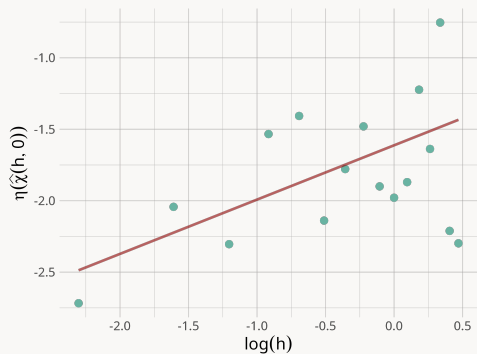
$$\chi_{ij,q}^{(t)}(h, 0) = \frac{\mathbb{P}(X(s_i, t) > q, X(s_j, t) > q)}{\mathbb{P}(X(s_i, t) > q)}$$

**Estimateur :**

$$\hat{\chi}_q^{(t)}(h, 0) = \frac{\frac{1}{|N(h)|} \sum_{i,j | (s_i, s_j) \in N(h)} \mathbb{1}\{X_{s_i, t} > q, X_{s_j, t} > q\}}{\frac{1}{|S|} \sum_{i=1}^{|S|} \mathbb{1}\{X_{s_i, t} > q\}}$$

avec  $q$  un quantile assez grand.





## Estimation des paramètres

$$\begin{pmatrix} \hat{c}_1 \\ \hat{\alpha}_1 \end{pmatrix} = \underset{c_1, \alpha_1}{\operatorname{argmin}} \sum_h w_h (\eta(\hat{x}(h, 0)) - (c_1 + \alpha_1 x_h))^2$$

## Résultats

	Estimation	Écart-type
$\hat{c}_1$	-1.612***	0.128
$\hat{\alpha}_1$	0.380**	0.113

\*\* p-value < 0.01; \*\*\* p-value < 0.001

# ESTIMATION DE LA DÉPENDANCE TEMPORELLE

## Extrémogramme temporel

Soit  $t$  fixé.

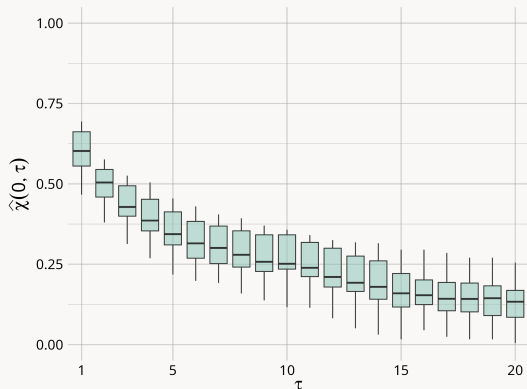
Pour tout site  $s$  on a

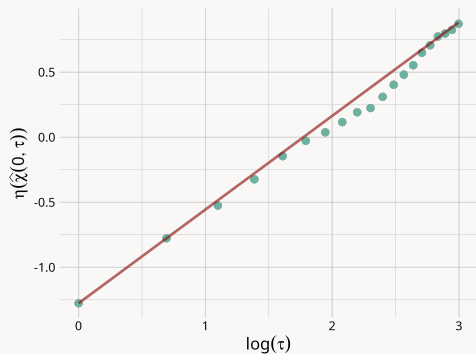
$$\chi_q^{(s)}(0, \tau) = \frac{\mathbb{P}(X_{s,t} > q, X_{s,t+\tau} > q)}{\mathbb{P}(X_{s,t} > q)}$$

**Estimateur :**

$$\hat{\chi}_q^{(s)}(0, \tau) = \frac{\frac{1}{T-\tau} \sum_{k=1}^{T-\tau} \mathbb{1}_{\{X_{s,t_k} > q, X_{s,t_k+\tau} > q\}}}{\frac{1}{T} \sum_{k=1}^T \mathbb{1}_{\{X_{s,t_k} > q\}}}$$

avec  $q$  un quantile assez grand et  $t_k \in \{t_1, \dots, t_T\}$ .





## Estimation des paramètres

$$\begin{pmatrix} \hat{c}_2 \\ \hat{\alpha}_2 \end{pmatrix} = \underset{c_2, \alpha_2}{\operatorname{argmin}} \sum_{\tau} w_{\tau} (\eta(\hat{x}(0, \tau)) - (c_2 + \alpha_2 x_{\tau}))^2$$

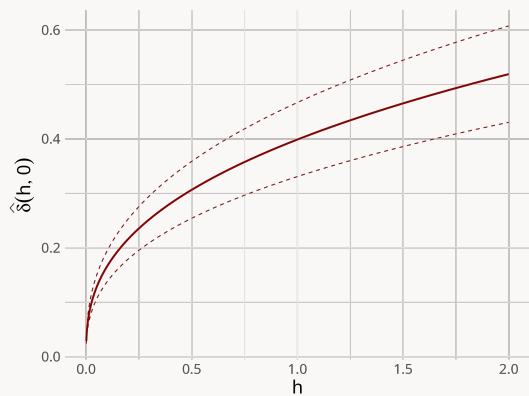
## Résultats

	Estimation	Écart-type
$\hat{c}_2$	-1.276***	0.0002
$\hat{\alpha}_2$	0.720***	0.001

\*\*\* p-value < 0.001

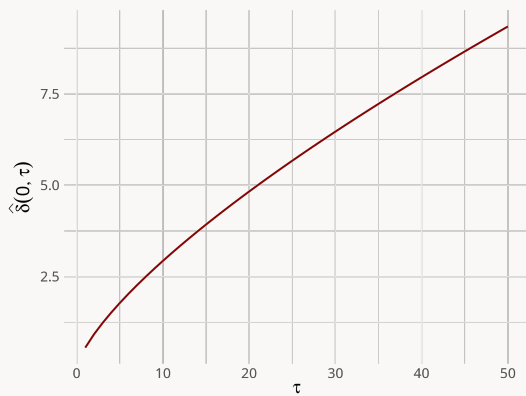
## Spatial

$$\hat{\delta}(h, 0) = 2\hat{\theta}_1 h^{\hat{\alpha}_1}$$



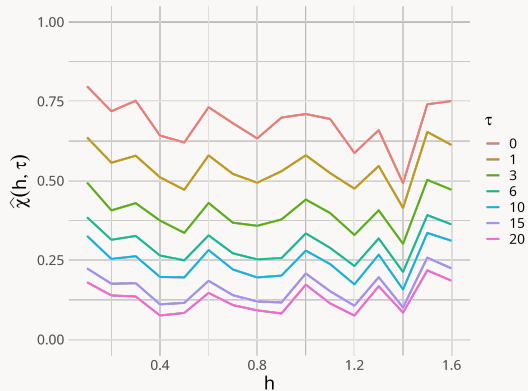
## Temporel

$$\hat{\delta}(0, \tau) = 2\hat{\theta}_2 \tau^{\hat{\alpha}_2}$$

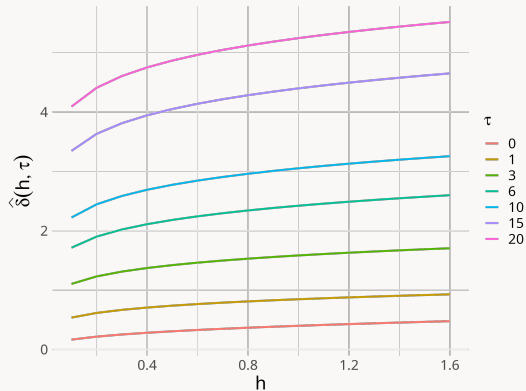


# STRUCTURE NON SÉPARABLE?

## Extrémogramme spatial



## Variogramme spatial





## Advection

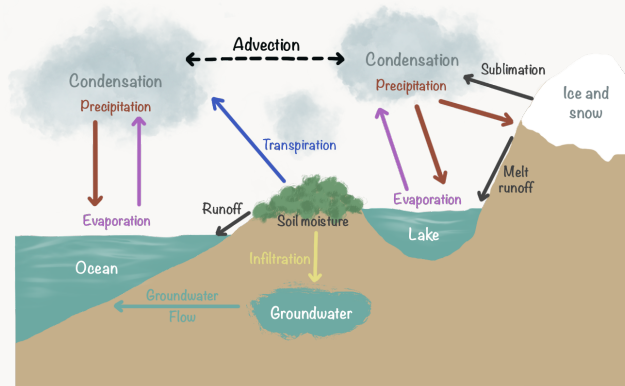
- ▶ déplacement horizontal des masses d'air
- ▶ vecteur de vitesse  $\mathbf{V}$
- ▶ direction fixée

## Modélisation de la dépendance

Dans le référentiel Lagrangien, on a

$$\delta_L(\mathbf{h}, \tau) = \delta(\mathbf{h} - \tau \mathbf{V}, \tau)$$

avec  $\mathbf{h} \in \mathbb{R}^2$ ,  $\tau \in \mathbb{R}$  et  $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^2$



Cycle hydrologique<sup>2</sup>

<sup>2</sup>Inspiration : FRITSCHÉ 1999

- ▶ Structure des décalages spatiaux
- ▶ Cas de non séparabilité avec variogrammes plus complexes
- ▶ Structure anisotrope et advection
- ▶ Modélisation multi-échelle

- BUHL, Sven et al. (2019). “Semiparametric estimation for isotropic max-stable space-time processes”. In : DOI : [10.3150/18-BEJ1061](https://doi.org/10.3150/18-BEJ1061).
- FINAUD-GUYOT, Pascal et al. (2023). *Rainfall data collected by the HSM urban observatory (OMSEV)*. DOI : [10.23708/67LC36](https://doi.org/10.23708/67LC36).
- FRITSCHÉ, Eugene (1999). *The Hydrologic Cycle and Rivers*.
- NAVEAU, Philippe et al. (2016). “Modeling jointly low, moderate, and heavy rainfall intensities without a threshold selection”. In : *Water Resources Research*. DOI : [10.1002/2015WR018552](https://doi.org/10.1002/2015WR018552).